

研究论文

木材断裂裂纹及应力场的分形研究

费本华, 张东升

(中国林科院木材工业研究所, 北京 100091)

摘要: 木材材料的各向异性导致木材断裂裂纹具有强烈的非均匀性,其在二维空间内的分布具有非线性特征。运用数盒子法对裂纹发育带在二维平面内的分布进行了分形特征研究,发现木材裂纹具有明显的分形规律,分形维数为1.2~1.5;通过比较不同时间段的裂纹发育情况,发现裂纹的分形维数随着裂纹的扩展呈增加的趋势。对木材断裂过程的应力场进行分形研究的结果表明,裂纹应力场也表现出分形的特征,并且分形维数在裂纹尖端处最小,在远离裂纹尖端处较大。

关键词: 木材;裂纹扩展;分形;断裂

中图分类号:S781.2 文献标识码:A 文章编号:1001-8654(2003)03-0007-03

Using Fractal Crack and Stress Field to Study the Fractal Property of Wood

FEI Beng-hua, ZHANG Dong-Sheng

(Research Institute of Wood Industry, Chinese Academy of Forestry, Beijing 100091, China)

Abstract: Wood cracks in an irregular path due to its anisotropic nature. This property also leads to the non-linear distribution of the crack in the two dimensions. The crack and stress-strain of Chinese White Poplar (*Populus tomentosa*) was studied by the box counting method. The results showed that the cracks were obvious fractal and that the value of dimension D was determined to be between 1.2 ~ 1.5 by studying the crack propagation in the two dimensions. By comparing the crack propagation over a period of time, we found that the value of D increased as the crack increased. The stress field of the crack revealed the fractal property and the value of D was found to be smaller at the tip of the crack and increased as the distance from the tip of the crack increased.

Key words: Wood; Crack propagation; Fractal; Fracture

木材作为结构用材时,其天然的非均匀性和节、疤、开裂等缺陷以及其它不连续的性质易造成木材断裂,而断裂特性是木结构安全性评价及木结构设计的重要指标,所以对木材裂纹的定量化研究具有极其重要的意义。

分形几何学是一门新兴非线性科学^[1],已广泛应用于描述钢材和岩石等材料的断裂特点。在木材科学研究方面,分形理论已被成功地应用在木材的密度曲线分析、木材干缩和水分吸收以及染色等方面的评价^[2~8],但木材断裂分形方面的研究还较少。本文应用分形理论对木材的裂缝平面分布扩展规律进行初

步研究。

1 试材与试验方法

1.1 试样制备

试材 毛白杨(*Populus tomentosa*),采样于河北省,取样木3株,锯解成板材,气干后随机取样,制成无疵LT试样20个,几何尺寸为 $L \times T \times R = 100 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} \times 25 \text{ mm}$ 。用锋利的钢锯先将试样锯出一条24 mm深的锯缝,再用薄刀片将锯缝底部削尖至深25 mm,制成单边切口试样。然后在木材表面进行喷漆处理使其具有随机分布的散斑图样。

1.2 测试方法

首先用三点弯法对试样进行加载试验,加载速度

收稿日期:2003-03-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(30170748)。

作者简介:费本华(1964—),男,中国林业科学研究院副研究员,博士。

为 0.15 mm/min, 然后利用数字散斑法对变形前后双曝光叠加的散斑场逐点进行处理, 获得全场的位移信息。通过此位移信息来处理图样和计算木材裂纹的二维数字图像和应力-应变场图像。基本过程是: 经光学放大的反映物体表面信息的散斑图由 CCD 摄像头记录下来, 经过图像采集板转化成数字图像格式 (对于黑白图像, 只记录物体表面的灰度值信息) 供相应的计算机软件处理。图 1 是数字散斑相关试验系统的示意图。

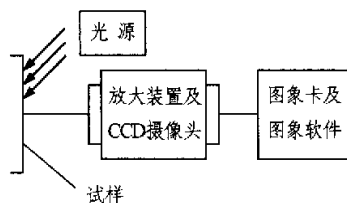


图 1 数字散斑试验系统

Fig. 1 The system of digital speckle experiment

用“数盒子”法对裂纹图形和应力-应变场图形进行分维测量, 即用边长为 δ 的正方形网格分割图形, 求出所需的网格数 N , 建立 N 同 δ 的对数关系。如果 $\ln(N)$ 与 $\ln(\delta)$ 有线性关系, 则表明裂纹具有分形特征, 求出 $\ln(N)$ 与 $\ln(\delta)$ 的斜率的负值 D 就是分形维数。

2 结果与分析

2.1 木材裂纹具有分形特征

由于木材径向和弦向的正交各向异性, 导致木材裂纹表现出比钢材等金属材料更强烈的非均质性, 其在空间内的分布具有明显的非线性特征。通过比较裂纹发育区的平面图 (图 2, 3) 可见, 裂纹发育极其复杂, 大大小小的裂缝发育区零星分布, 其几何特征表现为: 裂缝发育区大小不一, 但大区块与小区块在形态上无显著差异, 而且大区块与较小区块之间的组合分布关系、较小区块与更小区块之间的组合分布关系十分相似。这种没有特征尺度、却具有自相似性的特征就是分形几何体所具有的基本特征^[9], 常规的统计学方法无法描述和评价这类复杂图形。

2.1.1 木材裂纹分形维数的计算 应用数字散斑法对试件以 0.15 mm/min 的速度进行加载试验^[10], 得到木材裂纹的二维数字图像和应力-应变场图像, 然后用“数盒子”法求出分形维数 D ^[11]。图 4 (由图 1 测得的外边缘图形进行分维测量的结果) 可见, $\ln(N)$ 与 $\ln(\delta)$ 线性关系明显, 表明该裂纹的整体与局部之间存在相似性, 即具有分形特征, 求出直线的斜率负值即分形维数 $D=1.4158$ 。

• 8 •



图 2 杨木试样裂纹的散斑图像

Fig. 2 Crack speckle image of Poplar wood

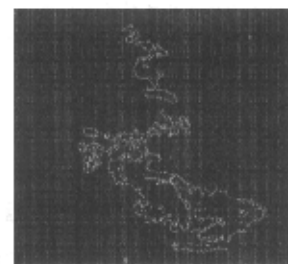


图 3 杨木试样裂纹位图

Fig. 3 Crack bitmap image of Poplar wood

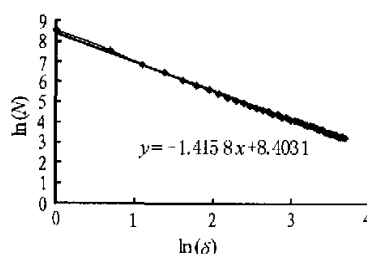


图 4 某时刻的分维测量结果

Fig. 4 The result of fracture measure in certain time

2.1.2 恒定加载条件下裂纹分形维数随时间的变化关系 如图 5 所示, 在裂纹初期, 裂纹的分形维数小于 1.2, 随时间延长几乎呈线性上升, 表明裂纹发育从简单到复杂, 这一阶段是初始裂纹发展阶段, 也可以看成扩张裂纹的初始扩展期。当裂纹继续扩展时, 分形维数开始出现稳定的波动, 说明裂纹开始进入稳定的扩展阶段^[12]。总体上看, 分形维数随着裂纹的发育而增大, 最大达到 1.4446。一般均质材料如钢材等的分形维数在不同的裂纹扩展阶段都在 1.2 左右, 不随时间变化^[9], 可见木材的裂纹扩展的复杂性。裂纹分形维数的大小可以定量表达裂纹的复杂程度, 从而为定量研究材料的断裂特点提供依据。由此, 在今后的木材断裂研究中, 可以尝试用分形的方法对木材的裂纹形态和裂纹扩展速度和断裂韧性 K 值进行定量研究。

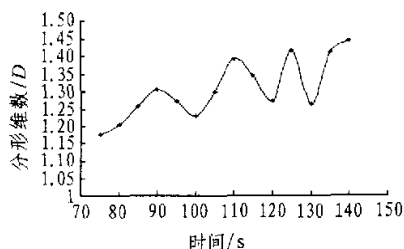


图 5 裂纹分形维数随时间变化的关系

Fig. 5 The relationship between dimension value D and time

2.2 木材裂纹应力场分形特征

由于木材材料的非均匀性,导致其在荷载作用下应力场变化的复杂性。比较图 6、7 所示木材与金属铝的等应力场可见,木材应力场的等色线形状像火焰,不平滑、有疏密且比较陡;而金属铝的则比较光滑,木材材料的非均质性由此直观地反映出来。

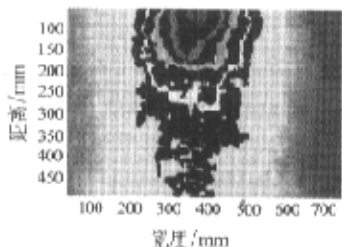


图 6 木材瞬时等应力线图

Fig. 6 The stress isobar of wood in certain time

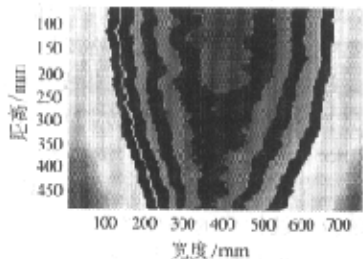


图 7 金属铝瞬时等应力线图

Fig. 7 The stress isobar of aluminum in certain time

同时对图 6、7 等应力线进行分形研究发现,木材的等应力线在裂纹尖端处相对较规则,而远离裂纹尖端处的等应力线复杂且不规则。这是由于在裂纹尖端处应力较大且集中,材料的各向异性对应力场的作用影响相对较小,因而尖端处的等应力场相对较规则;而在远离裂纹尖端处,由于应力的减小,材料的各向异性对应应力线分布形状的影响相对较大,导致等应力线的形状较复杂。金属铝是各向同性均质材料,在

外界加载条件相同的情况下,不存在材料的非线性对应应力线的影响,因而等应力线较光滑平整。

基于以上现象可见,材料的均匀性可由等应力线形状的复杂程度直观地反映出来,如果能用一种方法定量地描述材料应力场的复杂性,也就同时能描述材料的复杂性与非线性。分形理论是定量描述非规则复杂形状的有力工具,因此,对非均质材料木材与均质金属材料铝的等应力线进行了分形研究,图 8 为木材和铝的等应力线的分形维数。由图 8 可见,木材在裂纹尖端处分形维数较小,为 1.143 1,而随着离裂纹尖端处的距离加大,分形维数呈现非线性增加,到最远处达到 1.398 2,同图 6 所示裂纹尖端处的等应力线形状随距离增加由较不规则变为极不规则的现象吻合;而金属铝的等应力线分形维数在裂纹尖端处为 1.176 2,在离等裂纹尖端最远处为 1.197 4,其变化曲线几乎为平行线,与图 7 所示金属铝的等应力线较平滑相吻合。因此,在今后的研究中可以尝试用分形理论,通过对材料应力场的描述来定量描述材料的非线性。

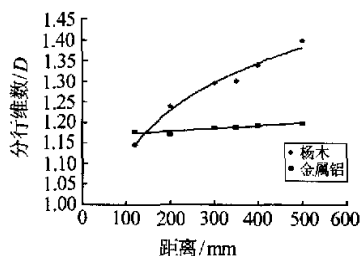


图 8 木材和铝等应力线分形维数

Fig. 8 The dimension value of stress isobar of wood and aluminum

3 结论

1) 通过比较木材裂纹发育区的平面图发现,其几何特征表现为:裂缝发育区大小不一,但大区块与小区块在形态上无显著差异,且大区块与较小区块之间的组合分布关系、较小区块与更小区块之间的组合分布关系十分相似。这种没有特征尺度、却具有自相似性的特征是进行木材分形研究的基础;

2) 运用数盒子法对裂纹发育带在二维平面内的分布进行分形特征研究,发现木材裂纹具有明显的分形规律,分形维数为 1.2~1.5,比一般均质金属材料的分形维数大;

3) 木材裂纹的分形维数随着裂纹的扩展呈增加的趋势;

(下转第 12 页)

$$\dot{\mu} = \bar{z}_1 \alpha_1(\bar{z}_1, z')$$

$$s_1(\bar{z}_1, z', \hat{\mu}_1) = \begin{cases} |\hat{\mu}_1| \alpha_1(\bar{z}_1, z'), & \text{while } \bar{z}_1 \geq \Delta \\ s^0(\bar{z}_1, z', \hat{\mu}_1), & \text{while } -\Delta \leq \bar{z}_1 < \Delta \\ -|\hat{\mu}_1| \alpha_1(\bar{z}_1, z'), & \text{while } \bar{z}_1 < -\Delta \end{cases}$$

其中: s_1^0 的选择为了保证 s_1 是光滑函数。此时 Lyapunov 函数的导数为:

$$\dot{V}_1 \leq -c_1 \bar{z}_1^2 + \bar{z}_1 \bar{z}_2 - \bar{z}_1 s_1 + \bar{z}_1 \mu_1 \alpha_1 - \bar{z}_1 \mu_2 \alpha_1 + \bar{z}_1 \hat{\mu}_1 \alpha_1 = -c_1 \bar{z}_1^2 + \bar{z}_1 \bar{z}_2 - \bar{z}_1 (s_1 - \hat{\mu}_1 \alpha_1)$$

当 $\bar{z}_2 = 0$ 时, 显然有 $\dot{V}_1 < 0$, 其中 $|\bar{z}_1| \geq \Delta$, 故可以对 V_1 再加上一项 $\frac{1}{2} \bar{z}_2^2$ 以补偿到 $\bar{z}_2 = 0$ 的距离。但是这种方法可能会使局部反馈增益 $\frac{\partial u}{\partial z_p}$ 沿某些曲线当 $\|z\| \rightarrow \infty$ 时趋于无穷。事实上, 当 $\bar{z}_2 \neq 0$ 时, 如 $\bar{z}_1 \bar{z}_2 \leq 0$ 且 $|\bar{z}_1| \geq \Delta$ 时, 仍有 $\dot{V} < 0$, 利用这一点, 可以在 $\bar{z}_1 \bar{z}_2$ 一平面上设计一个新的目标域, 使 $\dot{V}$ 在其上是负的, 那么新的 Lyapunov 函数可由 V_1 加上一项用来补偿到新的目标域的距离得到, 而不是补偿到流形 $\bar{z}_2 = 0$ 的距离而得到。这样做, 就能克服局部反馈增益趋于无穷的问题。

3 结论

本文讨论了非线性不确定系统的局部鲁棒跟踪问题。当未知参变量以线性和非线性形式出现时, 给

出了局部鲁棒跟踪自校正控制器的设计。本设计方法克服了文献[4]的设计方法给控制器带来的不良“硬性”; 考虑的是更加一般的输入-输出线性化系统的局部鲁棒跟踪问题。

参考文献:

- [1] 周玉成, 刘晓平. 教育含约束的非线性不确定系统的鲁棒控制[J]. 控制与决策, 1998, (13): 2: 7-15.
- [2] 周玉成, 刘晓平. 具有最小相位的非线性时变不确定系统的鲁棒镇定[J]. 信息与控制, 1996(5): 13-21.
- [3] 周玉成, 刘晓平. 一类离散时间广义非线性控制系统的动态不可测扰动解耦[J]. 系统工程理论与实践, 1998(12): 16-23.
- [4] 周玉成, 刘晓平. 一类离散时间非线性系统的局部状态反馈解耦[J]. 信息与控制, 1997(6): 17-26.
- [5] Corless M R, Leitmann G. Continuous State Feedback Guaranteeing Uniform Ultimate Bounded Ness for Uncertain Dynamic Systems[J]. IEEE AC-28, 1981: 1139-1144.
- [6] Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Marino R. An Extend Scheme for Robust Adaptive Nonlinear Control[J]. Automatica, 1991, (27)2: 247-255.
- [7] Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Morse A S. Systematic Design of Adaptive Controllers for Feedback Linearizable Systems. IEEE AC-36, 1991: 1241-1252.
- [8] Marino R, Tomei P. Robust Stabilization of Feedback Linearizable Time-varying Uncertain Nonlinear Systems[J]. Automatica, 1993(29): 181-189.
- [9] 周玉成, 程放, 肖天际, 等. 一类含不确定因素的非线性系统鲁棒跟踪[J]. 林业科学, 2003, 39(2): 130-137.

(上接第9页)

4) 对木材断裂过程应力场的分形研究发现, 裂纹应力场也表现出分形的特征, 并且分形维数在裂纹尖端处最小, 而在远离裂纹尖端处较大;

5) 在今后的研究中可尝试用分形理论, 通过对材料应力场的描述来定量描述材料的非线性。

在研究过程中得到清华大学李玉梁教授和梁东方、马少鹏博士的帮助, 谨此致谢!

参考文献:

- [1] 张济忠. 分形[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [2] 费本华. 木材干缩的分形分析[J]. 林业科学, 2002, 38(1): 137-139.
- [3] 费本华. 分形理论在木材科学与工艺学中的应用[J]. 木材工业, 1999, 13(4): 27-28.
- [4] 谢春华, 关文彬, 张东升. 长江上游暗针叶林生态系统主要树种的根系结构与土体稳定性研究[J]. 水土保持学报, 2002, 16(2): 77-79.
- [5] 江泽慧, 费本华. 木材密度曲线的分形分析[J]. 东北林业大学

学报, 2000, 28(4): 2-3.

- [6] K Fan, S G Hatzikiriakos, S Avramidis. Determination of the Surface Fractal Dimension from Sorption Isotherms of Five Softwoods[J]. Wood Science and Technology, 1999, 33(2): 139-149.
- [7] J Liu, T Furuno. The Fractal Estimation of Wood Color Variation by the Triangular Prism Surface Area Method[J]. Wood Science and Technology, 2002, 36(5): 385-397.
- [8] Jose Arnalde Redinz, et al. The Fractal Nature of Wood Revealed by Water Absorption[J]. Wood and Fiber Science, 1997, 29(4): 333-339.
- [9] 谢和平. 脆性材料裂纹扩展的分形运动学[J]. 力学学报, 1994, 26(6): 758-762.
- [10] 王丽宇, 鹿振友, 赵东, 等. 白桦材 LT 型裂纹的演化与增长行为的研究[J]. 北京林业大学学报, 2002, 24(2): 60-61.
- [11] 梁东方, 李玉梁, 江碧波. 测量分维的“数盒子”算法研究[J]. 中国图象图形学报, 2002, 7(3): 247-250.
- [12] 江泽慧, 任海青. 木材断裂过程的研究[J]. 核技术, 2000, 23(8): 573-576.